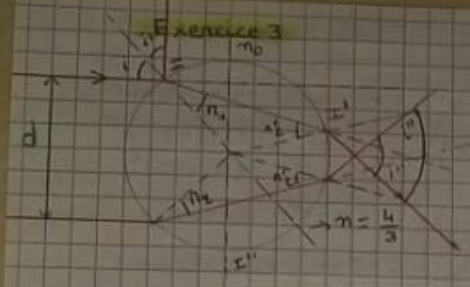
Exercice 3



+ $n' > \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$ réflexion totale au pt I'

+ $n' < \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$

ona $I' = n \sin n' = \sin i''$

et $n \sin n' > \sin n'$

$\Rightarrow \quad \sin i'' > \sin n'$

$\Rightarrow \quad i'' > n'$

3) une gouttelette permet de disperser la lumière avec une dispersion angulaire très grande

- si ona des millions de gouttelette d'eau suspendu dans l'air et on éclaire ces gouttelettes d'eau de la lumière dont les rayons lumineux arrive presque parallèle entre eux sur les différentes gouttelette on observe que la gouttelette d'eau a disperser les 2 rayons.

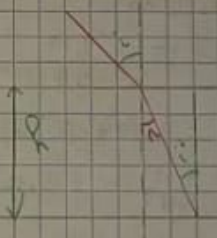
- le phare d'une voiture éclaire sur une grande distance et les rayons lumineux produitent par les 2 phares parallèles entre eux, l'idée c'est éclairer ce qui se trouve devant le conducteur sur une grande distance alors les phares produisent des rayons lumineux avec certain extension spatiale

- on suppose qu'on aura des gouttelettes d'eau donc ils doivent se superposer un certain moment lorsqu'on s'éloigne de la lumière la visibilité devant le conducteur sera réduite

alors l'angle de couverture des rayons devient plus grand alors que l'intérêt des phares est de garder cette angle d'ouverture pour qu'on éclaire la plus grande distance possible devant le conducteur.

Exercice 4

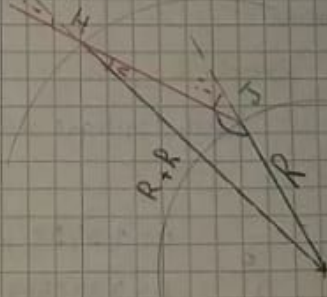
1-



$\sin i = n_0 \sin n \Rightarrow n = i'$

$\sin i = n_0 \sin i'$

2-



$\frac{R}{\sin n} = \frac{R+h}{\sin(\pi - i)}$

$\Rightarrow \frac{R}{\sin n} = \frac{R+h}{\sin i'}$

$\Rightarrow \sin i' = \left(\frac{R+h}{R}\right) \sin n$

et on a $\sin i = n_0 \sin n$

$\Rightarrow \sin i' = \left(1 + \frac{h}{R}\right) \frac{1}{n_0} \sin i$

3) $\begin{cases} R = 6370\ km \\ h = 5\ km \\ i = 45° \\ n_0 = 1,000279 \end{cases}$

A.N $i' =$ ...

Exercice 5

$n = 1$

ionosphère

$n_{ion} = 0,998$ n_{neutre}

1_ Phénomène de réflexion totale parce que l'indice optique de l'atmosphère neutre supérieur à l'indice optique de la couche ionosphère

2_ $i_L = \sin^{-1}\left(\frac{n_{ion}}{n_{neutre}}\right)$

$= \sin^{-1}(0,98) = 65,23°$

$i > 65,23°$

3_ $i = 70° \Rightarrow i > i_L \Rightarrow$ i : réflexion totale.

$D = 860\ Km$.

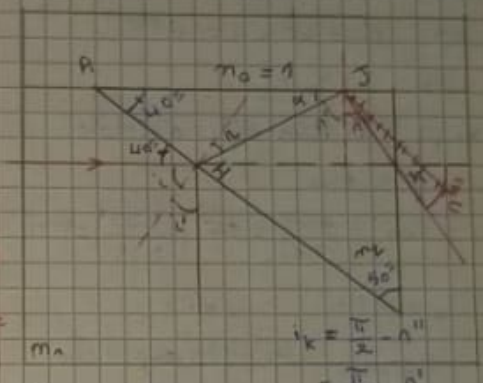
d : distance qui correspond à une seule réflexion

$\tan i = \frac{d}{2R} \Rightarrow d = 2R \tan i$

$\frac{D}{d} =$ Nb réflexion $= \frac{D}{2R \tan(i)} = \frac{860\ km}{200 \tan 70}$

Nb réflexion $= 1,56$

Exercice 6



$i_K = \frac{\pi}{2} - r''$

$= \frac{\pi}{2} - r'$

1) $V_\varphi = \frac{c}{n}$

$n_0 = 1 \Rightarrow V_\varphi = c = 3.10^8\ m/s$

$n_1 = 1,33 \Rightarrow V_\varphi = \frac{c}{n_1} = 2,25\ 10^8\ m/s$

$n_2 = 2,48 \Rightarrow V_\varphi = \frac{c}{n} = 1,23.10^8\ m/s$

2) Interfaces eau/diamant

pour i' $i = -i'$

$\Rightarrow i = 50° \Rightarrow i' = -50°$

pour la $n_1 \sin i = n_2 \sin r$

$\Rightarrow \sin r = \frac{n_1}{n_2} \sin i$

$\Rightarrow r = r_0 \sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i\right)$

$= 21,5°$

au pt J

$$n_L = \sin^{-1}\left(\frac{n}{n_c}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2,42}\right)$$

$$= 24,4^\circ$$

dans le triangle AJI

on a $\alpha + \frac{\pi}{2} + n + 40^\circ = \pi$

$$\alpha = 90 - n' = 180 - 40 - n$$

$$\Rightarrow -n' = -40 - n$$

$$\Rightarrow n' = 40 + n = 61,5^\circ$$

$$\Rightarrow n' > n_L$$

au pt J on aura réflexion totale

+ au pt K on a

$$n_p = \sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n_c}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1,33}{2,42}\right) = 33,33^\circ$$

$i_K = 28,5^\circ \Rightarrow i_K < n_p$

$\Rightarrow$ réflexion particulière du rayon

l'angle réfléchi au pt K

$$n'_K = -i_K = -28,5^\circ$$

$$n_2 \sin i_K = n_1 \sin n_K$$

$$\sin n_K = \frac{n_2}{n_1} \sin i_K$$

$$\Rightarrow n_K = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1} \sin i_K\right)$$

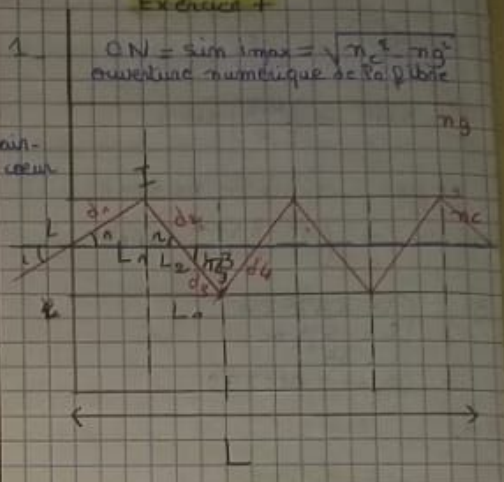
$$= 60,25^\circ$$

3. Le rayon réfléchi au pt K va se diriger vers l'interface et qui va émerger, donc l'émergence va être au niveau des rayons qui transportent plus d'énergie, et le rayon qui transporte plus d'énergie c'est le rayon transmis au pt K.

Exercice 7

1. $ON = \sin i_{max} = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$

ouverture numérique de la fibre



Calculons l'angle d'injection maximal

$$i_{max} = \sin^{-1}\sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

$$= \sin^{-1}\left(\sqrt{(1,45)^2 - (1,435)^2}\right)$$

$$= 12^\circ$$ égale à l'angle limite

c'est une réfraction avec un angle maximal : $r = \frac{\pi}{2}$

1). pour $i = 0$, $t = \frac{L}{V_\varphi}$; $V_\varphi = \frac{c}{n_c}$

$$t = \frac{L n_c}{c} = \frac{n_c L}{c}$$

se propage parallèle à l'axe optique

$$t_{i_0} = \frac{n_c L}{c}$$

. pour $i = i_{max}$, $t_{i=i_{max}} = \frac{d}{V_\varphi} = \frac{n_c d}{c}$

trouvons la relation entre d et L

on a $L = \Sigma L_i$

$d = \Sigma d_i$

$\frac{L_i}{d_i} = \cos n \Rightarrow d_i = \frac{L_i}{\cos n}$

$\Sigma d_i = d = \frac{1}{\cos n} \Sigma L_i = \frac{L}{\cos n}$

$\Sigma / L_i / = \frac{L}{\cos n}$

$d = \frac{L}{\cos n}$

$t_{i=i_{max}} = \frac{n_c L}{c} \frac{1}{\cos n}$

$= \frac{n_c L}{c} \sqrt{\frac{1}{1 - \sin^2 n}}$

or $\sin i_{max} = \sqrt{n_c^2 - n_g^2} = n_c \sin n$

donc $\frac{\sin^2 i_{max}}{n_c^2} = \sin^2 n$

donc $\frac{n_c^2 - n_g^2}{n_c^2} = \sin^2 n = 1 - \frac{n_g^2}{n_c^2}$

$t_{i=i_{max}} = \frac{n_c L}{c} \times \frac{1}{\sqrt{1 - 1 + (n_g^2/n_c^2)}}$

donc $t_{i=i_{max}} = \frac{n_c L}{c} \times \frac{n_c}{n_g} = \frac{n_c^2 L}{c n_g}$

2) La bande passante de la fibre par unité de longueur

$\Delta t = t_{i=i_{max}} - t_{i=0}$

$= \frac{n_c L}{c} \left(\frac{n_c}{n_g} - 1 \right)$

$\Delta t / L = \frac{n_c}{c} \left(\frac{n_c}{n_g} - 1 \right)$ (s/Km)

$BW = \left(\frac{\Delta t}{L} \right)^{-1} = \frac{1}{\frac{n_c}{c} \left(\frac{n_c}{n_g} - 1 \right)}$

$= 19,86$ Hz.Km

Exercice 8

Etudions la variation de la déviation du prisme en fct de :

1 - l'angle au sommet A

$D = f(A)$

$dD = di + di' - dA$

$\frac{dD}{dA} = \frac{di}{dA} + \frac{di'}{dA} - 1 = \frac{di'}{dA} - 1$

(0)

+ ona $\sin(i) = n \sin(n)$

$di \cos i = dn \sin n + n dn \cos n$

$\frac{di}{dA} \cos i = \frac{dn}{dA} \sin n + n \frac{dn}{dA} \cos n$

(0) (0)

donc $n \frac{dn}{dA} \cos n = 0$

donc $\frac{dn}{dA} = 0$

+ ona $n \sin n' = \sin n'$

donc $dn \sin n' + dn' \cos n' n = di' \cos i'$

donc $\frac{dn}{dA} \sin n' + n \frac{dn'}{dA} \cos n' = \frac{di'}{dA} \cos i'$

(0)

donc $\frac{di'}{dA} = n \frac{dn'}{dA} \frac{\cos n'}{\cos i'}$

ona $A = n + n' \Rightarrow \frac{dA}{dA} = \frac{dn}{dA} + \frac{dn'}{dA}$

(0)

$\Rightarrow \frac{dn'}{dA} = 1$

$\Rightarrow \frac{di'}{dA} = n \frac{\cos n'}{\cos i'}$

$\frac{dD}{dA} = \frac{di'}{dA} - 1 = n \frac{\cos n'}{\cos i'} - 1$

$n' < i' \Rightarrow \cos n' > \cos i'$

$\Rightarrow \cos n' / \cos i' > 1 \Rightarrow \frac{dD}{dA} > 0$

donc D ↗ A ↗

2) L'indice optique n

ona $D = f(n)$

$D = i + i' - A \Rightarrow dD = di + di' - dA$

$\Rightarrow \frac{dD}{dn} = \frac{di}{dn} + \frac{di'}{dn} - \frac{dA}{dn}$ ($\frac{dA}{dn} = 0$)

$\Rightarrow \frac{dD}{dn} = \frac{di'}{dn}$

ona $di' \cos i' = dn \sin n' + n\, dn' \cos n'$

$\Rightarrow \frac{di'}{dn} \cos i' = \sin n' + n \frac{dn'}{dn} \cos n'$

ona $A = n + n'$

$\Rightarrow dA = dn + dn' \Rightarrow \frac{dA}{dn} = 0$

$\Rightarrow \frac{dn'}{dn} = -\frac{dn}{dn}$

$di \cos i = dn \sin n + n\, dn \cos n$

$\frac{di}{dn} \cos i = \sin n + n \frac{dn}{dn} \cos n$ ($\frac{di}{dn} = 0$)

$\Rightarrow \frac{dn}{dn} = -\frac{1}{n} \frac{\sin n}{\cos n}$

$\Rightarrow \frac{dn'}{dn} = +\frac{1}{n} \frac{\sin n}{\cos n}$

donc $\frac{di'}{dn} = \frac{\sin n'}{\cos i'} + n \frac{dn'}{dn} \frac{\cos n'}{\cos i'}$

$= \frac{\sin n'}{\cos i'} + \frac{\sin n \cos n'}{\cos n \cos i'}$

$= \frac{\sin n' \cos n + \sin n \cos n'}{\cos n \cos i'}$

$= \frac{\sin(n+n')}{\cos n \cos i'} = \frac{\sin(A)}{\cos n \cos i'} > 0$

$\Rightarrow \frac{dD}{dn} > 0 \Rightarrow D \nearrow n \nearrow$

3) L'angle d'incidence i

on sait que $D = i + i' - A$

donc $dD = di + di' - dA$

donc $\frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di} - \frac{dA}{di}$

et puisque A ne dépend pas de i

alors $\frac{dA}{di} = 0$

donc $\frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di}$

ona d'après Snell - descartes

$\sin(i) = n \sin(n)$

donc $di \cos(i) = dn \sin(n) + n\, dn \cos(n)$

donc $\cos(i) = \frac{dn}{di} \sin(n) + n \frac{dn}{di} \cos(n)$

et puisque n ne dépend pas de i alors

$\cos(i) = n \frac{dn}{di} \cos(n)$

$\Rightarrow \frac{dn}{di} = \frac{1}{n} \frac{\cos(i)}{\cos(n)}$

et comme $A = n + n'$ donc $dA = dn + dn'$

donc $\frac{dA}{di} = \frac{dn}{di} + \frac{dn'}{di}$

et ona $\frac{dA}{di} = 0 \Rightarrow \frac{dn'}{di} = -\frac{dn}{di} = -\frac{1}{n} \frac{\cos(i)}{\cos(n)}$

et ona d'après Loi de snell - Descartes

$\sin(i') = n \sin(n')$

$\Rightarrow di' \cos(i') = dn \sin(n') + n \frac{dn'}{di} \cos(n')$

et on sait que n ne dépend pas de i

$\frac{di'}{di} \cos(i') = n \frac{dn'}{di} \cos(n') = n \left(-\frac{1}{n} \frac{\cos(i)}{\cos(n)}\right) \cos(n')$

donc $\frac{di'}{di} = -\frac{\cos(i) \cos(n')}{\cos(n) \cos(i')}$

Travaux dirigés d'optique Série 1

Exercice 1

Partie 1

1- ona $\nu = 375\ (THz) = 375.10^{12} Hz$

ona $V = C = 3.10^8\ m/s$

$$\lambda_0 = \frac{C}{\nu} = \frac{3.10^8}{3,75.10^{14}}$$

$$= 0,8\ 10^{-6} = 800\ 10^{-9}\ m$$

$$= 800\ nm$$

2- elle n'est pas visible

car $390\ nm < visible < 770\ nm$

Partie 2

1- ona $n = 1,78$

Par définition ona $K = \frac{\omega}{V_\varphi}$ et $V_\varphi = \frac{C}{n}$

$$\Rightarrow K = \frac{\omega}{C/n} = \frac{n\omega}{C} \quad ; \omega = 2\pi\nu$$

$$\Rightarrow K = 2\pi n \left(\frac{\nu}{C}\right) \rightarrow 1/\lambda_0$$

$$\Rightarrow K = 2\pi \frac{n}{\lambda_0} = 2\pi \times \frac{1,78}{0,8.10^{-6}}$$

$$K = 1,398.10^7\ rad/m$$

ona $V_\varphi = \frac{C}{n} = \frac{3.10^8}{1,78} = 1,685.10^8\ m/s$

2- Non, elle ne changera pas de couleur car on n'a pas changement de fréquence

Exercice 2

Isotropie : l'indice optique reste constant

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

$A = 1,3452\ \mu m^2$

$B = 3,331553.10^{-3}\ \mu m^2$

1- $\lambda_1 = 455\ nm = 0,455\ \mu m$

$$n(\lambda_1) = 1,3452 + \frac{3,331653\ 10^{-3}}{(0,455)^2}$$

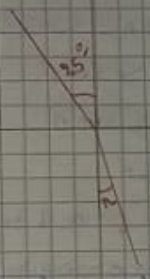
$$n(\lambda_1) = 1,3613$$

- $\lambda_2 = 632\ nm = 0,632\ \mu m$

$$n(\lambda_2) = 1,3452 + \frac{3,331553\ 10^{-3}}{(0,632)^2}$$

$$n(\lambda_2) = 1,3535$$

2)



$$\sin(25^\circ) = n(\lambda)\ \sin(r(\lambda))$$

$$\Rightarrow \sin(r(\lambda)) = \frac{1}{n(\lambda)} \sin 25$$

$$r(\lambda) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n(\lambda)} \sin 25\right)$$

donc $r(\lambda_1) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n(\lambda_1)} \sin 25\right)$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{1}{1,3613} \sin 25\right) = 18,0865$$

$$r(\lambda_2) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n(\lambda_2)} \sin 25\right)$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{1}{1,3535} \sin 25\right) = 18,1943$$

3- $\Delta r = |r(\lambda_1) - r(\lambda_2)| = 0,11°$